

Représentation des entiers naturels positifs bilan

1 - Des représentations différentes pour un même entier.

Représentations	Signes utilisés	Un même entier
Binaire	0, 1	1111011
Ternaire	0, 1, 2	11120
Octale	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	173
Décimale	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	123
Hexadécimale	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F	7B

2 - Représentation décimale ou écriture en base 10.

Case	Dizaines de milliers	Milliers	Centaines	Dizaines	Unités
Séquence	6	1	0	2	7
Position	4	3	2	1	0
Poids	$10^4 = 10000$	$10^3 = 1000$	$10^2 = 100$	$10^1 = 10$	$10^0 = 1$

La valeur de la séquence est l'entier n calculé de la manière suivante :

$$n = 6 \times 10^4 + 1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0 = 60\,000 + 1\,000 + 0 + 20 + 7 = 61\,027$$

3 - Représentation binaire ou écriture en base 2 et conversion.

a) Convertir un nombre binaire en nombre décimal.

Séquence	1	1	0	1	0	0	1	0
Position	7	6	5	4	3	2	1	0
Poids	$2^7 = 128$	$2^6 = 64$	$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
Calcul	1×128	1×64	0×32	1×16	0×8	0×4	1×2	0×1
Résultats	128	64	0	16	0	0	2	0
Somme	$128 + 64 + 16 + 2 = 210$							

Ce nombre 11010010 peut être vu comme un entier composé de 8 chiffres binaires et calculé de la manière suivante :

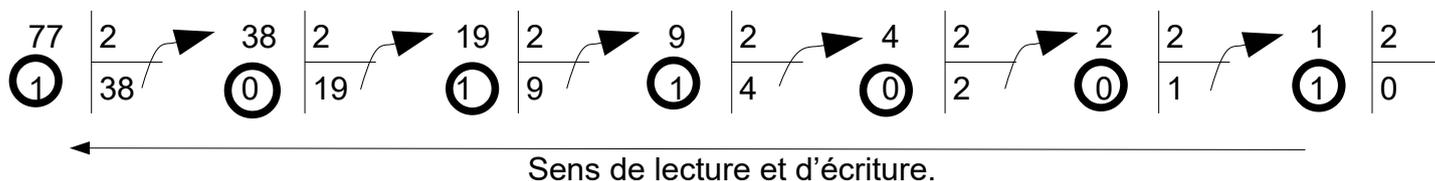
$$M = 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

$$M = 128 + 64 + 0 + 16 + 0 + 0 + 2 + 0 = 210$$

$$11010010 \text{ en base 2 correspond à } 210 \text{ en base 10. } (11010010)_2 \leftrightarrow (210)_{10}$$

b) Convertir un nombre décimal en nombre binaire.

Méthode : exemple avec 77.



77 base 10 \leftrightarrow 1001101 base 2

autres façons d'écrire : $(77)_{10} = (1001101)_2$ ou bien $77^{10} = \overline{1001101}^2$

c) Addition en base 2

Pour additionner en binaire il faut retenir que : $0 + 0 = 0$; $0 + 1 = 1$; $1 + 0 = 1$; $1 + 1 = 10$.

exemple

```

  1 0 1 0 1 0 0
+  1 1 1 0 1 0
-----
  1 0 0 0 1 1 1 0

```

d) Produit en base 2.

La multiplication en base 2 s'effectue comme la multiplication en base 10 (avec un décalage des différents produits).

La table de multiplication s'écrit ainsi : $0 \times 0 = 0$; $0 \times 1 = 0$; $1 \times 0 = 0$; $1 \times 1 = 1$.

exemple.

```

   1 1 0 1
  x 0 1 1 0
  -----
     0 0 0 0
    1 1 0 1
   1 1 0 1
+  0 0 0 0
-----
  1 0 0 1 1 1 0

```

4 - Représentation hexadécimale ou écriture en base 16 et conversion.

En base seize, on a besoin de 16 chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, puis A (dix), B (onze), C (douze), D (treize), E (quatorze) et F (quinze).

a) Convertir un nombre décimal en nombre hexadécimal.

Méthode : exemple avec 77.

```

   77 | 16
   -64 | 4 | 16
   13 | -0 | 0
       | 4 |

```

Le reste 13 va être représenté par D et le reste 4 par 4. ainsi 77 en base dix représente 4D en base seize.

$$(77)_{10} = (4D)_{16}$$

b) Convertir un nombre hexadécimal en nombre décimal.

Exemple : convertir 1E2 en décimal.

Séquence	1	E	2
Position	2	1	0
Poids	$16^2 = 256$	$16^1 = 16$	$16^0 = 1$
Calcul	1×256	(E) 14×16	2×1
Résultats	256	224	2
Somme	$256 + 224 + 2 = 482$		

$$(1E2)_{16} = (482)_{10}$$

c) Convertir un nombre binaire en nombre hexadécimal.

Méthode : exemple avec 1001101.

La conversion se fait en deux étapes :

1. on décompose le nombre binaire en blocs de 4 bits : 100 1101

2. on convertit chaque bloc de 4 bits en caractères hexadécimal grâce à la table suivante :

Nombre binaire	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Caractère hexadécimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

$$100_2 = 4_{16} \quad 1101_2 = D_{16} \quad \text{donc} \quad 1001101_2 = 4D_{16}$$

5 - Les unités de mesures.

Voici quelques unités :

Nom	Symbole	Valeur (octets)	Puissance de 10	En octets
Kiloctet	Ko	1 000	10^3 o	10^3
Megaoctet	Mo	1 000 000	10^3 ko	10^6
Gigaoctet	Go	1 000 000 000	10^3 Mo	10^9
Teraoctet	To	1 000 000 000 000	10^3 Go	10^{12}
Pétaoctets	Po	1 000 000 000 000 000	10^3 To	10^{15}
Exaoctets	Eo	1 000 000 000 000 000 000	10^3 Po	10^{18}

Historiquement les multiples utilisés en informatique étaient des puissances de deux. Pour ne pas confondre l'ancienne et la nouvelle notation, on utilise des symboles différents pour représenter ces multiples.

Symbole	Valeur	Valeur en octets	Nombre d'octets
Kio (kibiocet = kilo binaire octet)	2^{10} octets	2^{10}	1 024
Mio (mébioctet)	2^{10} Kio	2^{20}	1 048 576
Gio (gibiocet)	2^{10} Mio	2^{30}	1 073 741 824
Tio (tébioctet)	2^{10} Gio	2^{40}	1 099 511 627 776

6 - Longueurs des mots et valeurs correspondantes.

7 - Évaluer le nombre de bits nécessaires à l'écriture en base 2 d'un entier.